試験開始の指示があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

数　学　②　〔数学Ⅱ・数学B〕

（100点／60分）

Ⅰ　注　意　事　項

1　解答用紙に，正しく記入・マークされていない場合は，採点できないことがあります。

2　この問題冊子は，27ページあります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を高く挙げて監督者に知らせなさい。

3　**選択問題については，いずれか2問を選択**し，その問題番号の解答欄に解答しなさい。

4　問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

5　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

Ⅱ　解答上の注意

1　解答は，解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしなさい。

2　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，符号(−)，数字(０～９)，又は文字(ａ～ｄ)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

（例１）　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-8a$ と答えたいとき

ア	●	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
イ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	ⓐ	ⓑ	ⓒ	ⓓ
ウ	⊖	⓪	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	●	ⓑ	ⓒ	ⓓ

なお，同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合，原則として，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

この解答上の注意は，問題冊子の裏表紙にも続きます。問題冊子を裏返して必ず読みなさい。

数学Ⅱ・数学B

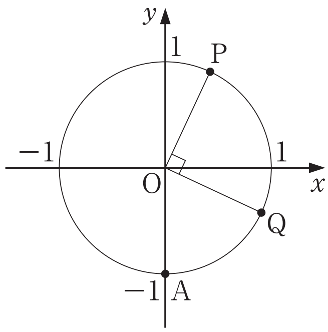
問　題	選　択　方　法
第１問	必　　　答
第２問	必　　　答
第３問	いずれか２問を選択し，解答しなさい。
第４問	
第５問	

数学Ⅱ・数学B

第１問 （必答問題） （配点　30）

〔１〕 O を原点とする座標平面上に，点 A$(0,\ -1)$ と，中心が O で半径が１の円 C がある。円 C 上に y 座標が正である点 P をとり，線分 OP と x 軸の正の部分とのなす角を $\theta\ (0 < \theta < \pi)$ とする。また，円 C 上に x 座標が正である点 Q を，つねに $\angle\mathrm{POQ} = \dfrac{\pi}{2}$ となるようにとる。次の問いに答えよ。

(1) P，Q の座標をそれぞれ θ を用いて表すと



P($\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$)

Q($\boxed{\text{ウ}}$, $\boxed{\text{エ}}$)

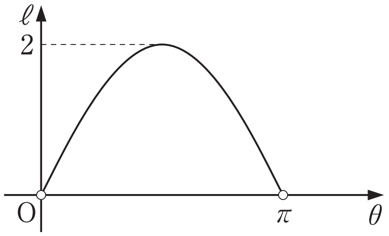
である。$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

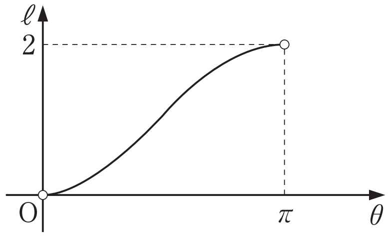
⓪ $\sin\theta$　　① $\cos\theta$　　② $\tan\theta$

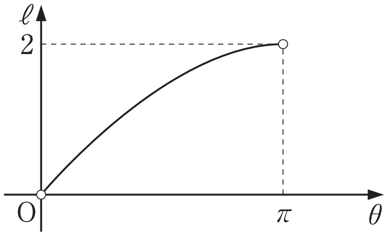
③ $-\sin\theta$　　④ $-\cos\theta$　　⑤ $-\tan\theta$

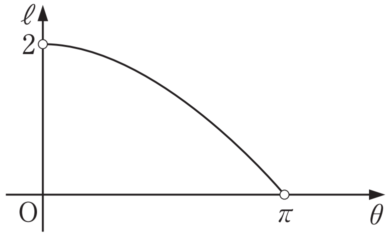
（数学Ⅱ・数学B第１問は次ページに続く。）

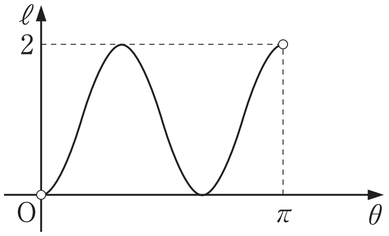
(2) θ は $0 < \theta < \pi$ の範囲を動くものとする。このとき線分 AQ の長さ ℓ は θ の関数である。関数 ℓ のグラフとして最も適当なものを，次の⓪～⑨のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{オ}}$

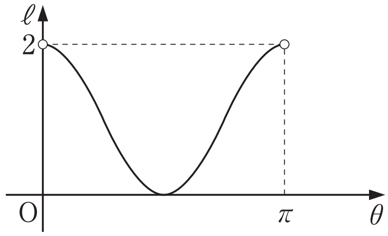
⓪


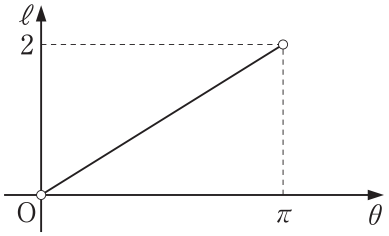
①


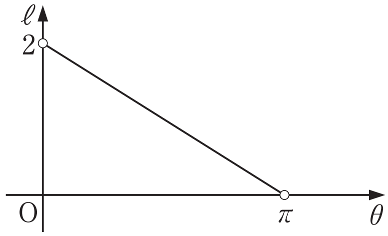
②


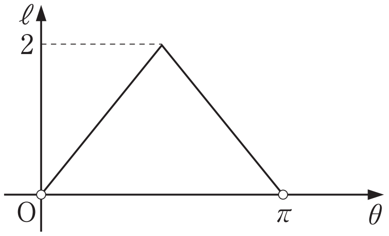
③


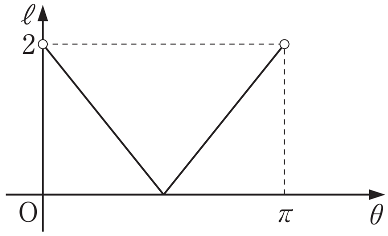
④


⑤


⑥


⑦


⑧


⑨


（数学Ⅱ・数学Ｂ第１問は次ページに続く。）

〔2〕 3次関数 $f(x)$ は，$x=-1$ で極小値 $-\dfrac{4}{3}$ をとり，$x=3$ で極大値をとる。また，曲線 $y=f(x)$ は点 $(0,\ 2)$ を通る。

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ は $\boxed{\text{カ}}$ 次関数であり，$f'(x)$ は

$$\left(x+\boxed{\text{キ}}\right)\left(x-\boxed{\text{ク}}\right)$$

で割り切れる。

(2) $f(x)=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}x^3+\boxed{\text{シ}}\,x^2+\boxed{\text{ス}}\,x+\boxed{\text{セ}}$ である。

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(3) 方程式 $f(x)=0$ は，三つの実数解をもち，そのうち負の解は $\boxed{\text{ソ}}$ 個である。

また，$f(x)=0$ の解を a，b，c $(a<b<c)$ とし，曲線 $y=f(x)$ の $a \leqq x \leqq b$ の部分と x 軸とで囲まれた図形の面積を S，曲線 $y=f(x)$ の $b \leqq x \leqq c$ の部分と x 軸とで囲まれた図形の面積を T とする。

このとき

$$\int_a^c f(x)\,dx = \boxed{\text{タ}}$$

である。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つ選べ。

⓪ 0	① S	② T	③ $-S$	④ $-T$
⑤ $S+T$	⑥ $S-T$	⑦ $-S+T$	⑧ $-S-T$	

（数学Ⅱ・数学B第１問は次ページに続く。）

〔3〕

(1) $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。このとき，$10^{\boxed{チ}} = 2$，$2^{\boxed{ツ}} = 10$ となる。

$\boxed{チ}$，$\boxed{ツ}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑧のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ 0　① 0.3010　② -0.3010

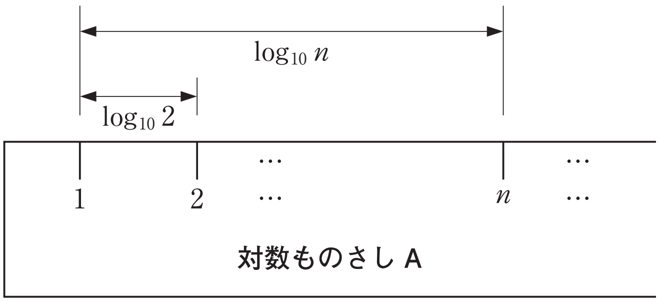
③ 0.6990　④ -0.6990　⑤ $\dfrac{1}{0.3010}$

⑥ $-\dfrac{1}{0.3010}$　⑦ $\dfrac{1}{0.6990}$　⑧ $-\dfrac{1}{0.6990}$

(2) 次のようにして**対数ものさしA**を作る。

対数ものさしA

2以上の整数 n のそれぞれに対して，1の目盛りから右に $\log_{10} n$ だけ離れた場所に n の目盛りを書く。



(i) **対数ものさしA**において，3の目盛りと4の目盛りの間隔は，1の目盛りと2の目盛りの間隔 $\boxed{テ}$。$\boxed{テ}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

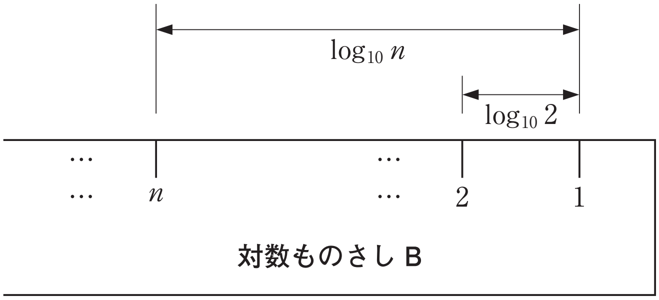
⓪ より大きい　① に等しい　② より小さい

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

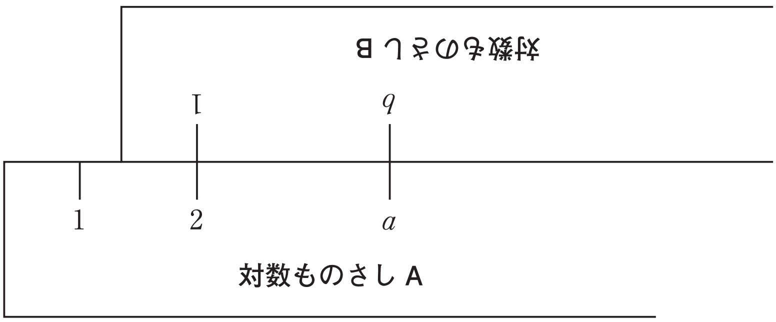
また，次のようにして**対数ものさし B** を作る。

対数ものさし B

2 以上の整数 n のそれぞれに対して，1 の目盛りから左に $\log_{10} n$ だけ離れた場所に n の目盛りを書く。



(ii) 次の図のように，**対数ものさし A** の 2 の目盛りと**対数ものさし B** の 1 の目盛りを合わせた。このとき，**対数ものさし B** の b の目盛りに対応する**対数ものさし A** の目盛りは a になった。



a と b の関係について，いつでも成り立つ式を，次の⓪～③のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ト}}$

⓪ $a = b + 2$　　① $a = 2b$

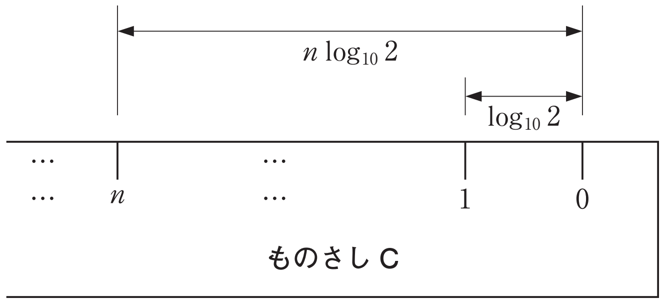
② $a = \log_{10}(b + 2)$　　③ $a = \log_{10} 2b$

（数学Ⅱ・数学B第 1 問は次ページに続く。）

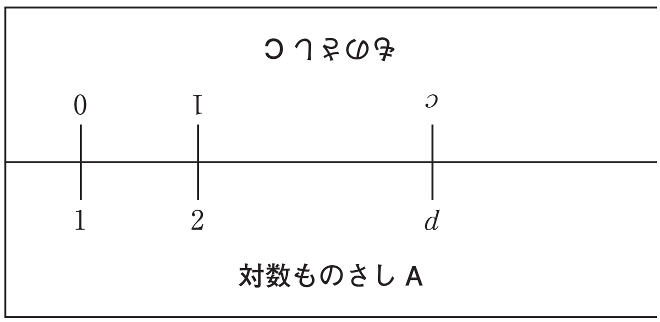
さらに，次のようにして**ものさし C** を作る。

ものさし C

自然数 n のそれぞれに対して，0 の目盛りから左に $n\log_{10}2$ だけ離れた場所に n の目盛りを書く。



(iii) 次の図のように**対数ものさし A** の 1 の目盛りと**ものさし C** の 0 の目盛りを合わせた。このとき，**ものさし C** の c の目盛りに対応する**対数ものさし A** の目盛りは d になった。



c と d の関係について，いつでも成り立つ式を，次の⓪〜③のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ナ}}$

⓪ $d = 2c$　　① $d = c^2$

② $d = 2^c$　　③ $c = \log_{10} d$

（数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。）

(iv) **対数ものさしA**と**対数ものさしB**の目盛りを一度だけ合わせるか，**対数ものさしA**と**ものさしC**の目盛りを一度だけ合わせることにする。このとき，適切な箇所の目盛りを読み取るだけで実行できるものを，次の⓪～⑤のうちから**すべて**選べ。 $\boxed{\text{ニ}}$

⓪ 17 に 9 を足すこと。

① 23 から 15 を引くこと。

② 13 に 4 をかけること。

③ 63 を 9 で割ること。

④ 2 を 4 乗すること。

⑤ $\log_2 64$ の値を求めること。

第2問 （必答問題） （配点　30）

〔1〕 100 g ずつ袋詰めされている食品 A と B がある。1 袋あたりのエネルギーは食品 A が 200 kcal，食品 B が 300 kcal であり，1 袋あたりの脂質の含有量は食品 A が 4 g，食品 B が 2 g である。

(1) 太郎さんは，食品 A と B を食べるにあたり，エネルギーは 1500 kcal 以下に，脂質は 16 g 以下に抑えたいと考えている。食べる量(g)の合計が最も多くなるのは，食品 A と B をどのような量の組合せで食べるときかを調べよう。ただし，一方のみを食べる場合も含めて考えるものとする。

(i) 食品 A を x 袋分，食品 B を y 袋分だけ食べるとする。このとき，x，y は次の条件①，②を満たす必要がある。

摂取するエネルギー量についての条件　$\boxed{\text{ア}}$ ……… ①

摂取する脂質の量についての条件　$\boxed{\text{イ}}$ ……… ②

$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる式を，次の各解答群のうちから一つずつ選べ。

$\boxed{\text{ア}}$ の解答群

⓪ $200x + 300y \leqq 1500$　① $200x + 300y \geqq 1500$

② $300x + 200y \leqq 1500$　③ $300x + 200y \geqq 1500$

$\boxed{\text{イ}}$ の解答群

⓪ $2x + 4y \leqq 16$　① $2x + 4y \geqq 16$

② $4x + 2y \leqq 16$　③ $4x + 2y \geqq 16$

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

(ii)　x，y の値と条件①，②の関係について正しいものを，次の⓪～③のうちから二つ選べ。ただし，解答の順序は問わない。 $\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$

⓪　$(x,\ y)=(0,\ 5)$ は条件①を満たさないが，条件②は満たす。

①　$(x,\ y)=(5,\ 0)$ は条件①を満たすが，条件②は満たさない。

②　$(x,\ y)=(4,\ 1)$ は条件①も条件②も満たさない。

③　$(x,\ y)=(3,\ 2)$ は条件①と条件②をともに満たす。

(iii)　条件①，②をともに満たす $(x,\ y)$ について，食品 A と B を食べる量の合計の最大値を二つの場合で考えてみよう。

食品 A，B が 1 袋を小分けにして食べられるような食品のとき，すなわち x，y のとり得る値が実数の場合，食べる量の合計の最大値は $\boxed{\text{オカキ}}$ g である。このときの $(x,\ y)$ の組は，

$$(x,\ y)=\left(\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}},\ \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$$ である。

次に，食品 A，B が 1 袋を小分けにして食べられないような食品のとき，すなわち x，y のとり得る値が整数の場合，食べる量の合計の最大値は $\boxed{\text{シスセ}}$ g である。このときの $(x,\ y)$ の組は $\boxed{\text{ソ}}$ 通りある。

(2)　花子さんは，食品 A と B を合計 600 g 以上食べて，エネルギーは 1500 kcal 以下にしたい。脂質を最も少なくできるのは，食品 A，B が 1 袋を小分けにして食べられない食品の場合，A を $\boxed{\text{タ}}$ 袋，B を $\boxed{\text{チ}}$ 袋食べるときで，そのときの脂質は $\boxed{\text{ツテ}}$ g である。

(数学Ⅱ・数学B第 2 問は次ページに続く。)

〔2〕

(1) 座標平面上に点Aをとる。点Pが放物線 $y = x^2$ 上を動くとき，線分APの中点Mの軌跡を考える。

(i) 点Aの座標が $(0,\ -2)$ のとき，点Mの軌跡の方程式として正しいものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ト}}$

⓪ $y = x^2 - 1$　① $y = 2x^2 - 1$　② $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

③ $y = |x| - 1$　④ $y = 2|x| - 1$　⑤ $y = \frac{1}{2}|x| - 1$

(ii) p を実数とする。点Aの座標が $(p,\ -2)$ のとき，点Mの軌跡は(i)の軌跡を x 軸方向に $\boxed{\text{ナ}}$ だけ平行移動したものである。$\boxed{\text{ナ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ $\frac{1}{2}p$　① p　② $2p$

③ $-\frac{1}{2}p$　④ $-p$　⑤ $-2p$

(iii) $p,\ q$ を実数とする。点Aの座標が $(p,\ q)$ のとき，点Mの軌跡と放物線 $y = x^2$ との共有点について正しいものを，次の⓪～⑤のうちから**すべて選べ**。 $\boxed{\text{ニ}}$

⓪ $q = 0$ のとき，共有点はつねに2個である。

① $q = 0$ のとき，共有点が1個になるのは $p = 0$ のときだけである。

② $q = 0$ のとき，共有点は0個，1個，2個のいずれの場合もある。

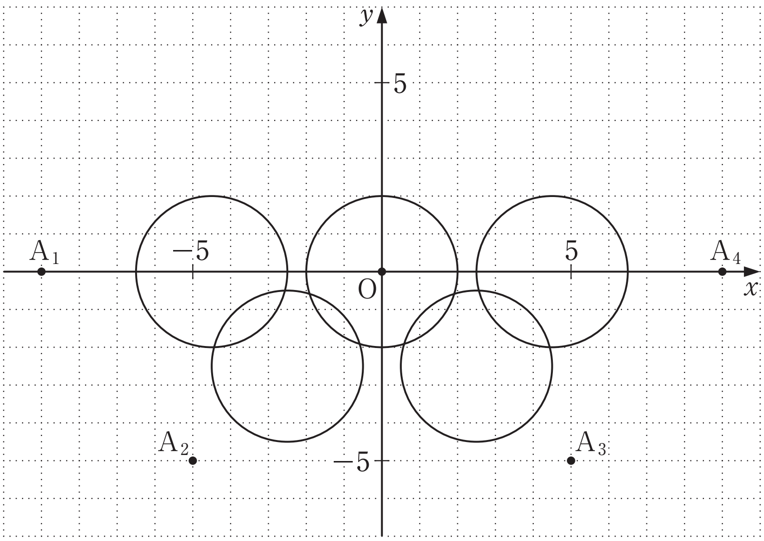
③ $q < p^2$ のとき，共有点はつねに0個である。

④ $q = p^2$ のとき，共有点はつねに1個である。

⑤ $q > p^2$ のとき，共有点はつねに0個である。

（数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。）

(2) ある円 C 上を動く点 Q がある。下の図は定点 O(0, 0)，$A_1(-9,\ 0)$，$A_2(-5,\ -5)$，$A_3(5,\ -5)$，$A_4(9,\ 0)$ に対して，線分 OQ，A_1Q，A_2Q，A_3Q，A_4Q のそれぞれの中点の軌跡である。このとき，円 C の方程式として最も適当なものを，下の⓪～⑦のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{ヌ}}$



⓪ $x^2 + y^2 = 1$　　① $x^2 + y^2 = 2$

② $x^2 + y^2 = 4$　　③ $x^2 + y^2 = 16$

④ $x^2 + (y + 1)^2 = 1$　　⑤ $x^2 + (y + 1)^2 = 2$

⑥ $x^2 + (y + 1)^2 = 4$　　⑦ $x^2 + (y + 1)^2 = 16$

第3問 （選択問題）（配点　20）

昨年度実施されたある調査によれば，全国の大学生の1日あたりの読書時間の平均値は24分で，全く読書をしない大学生の比率は50％とのことであった。大規模P大学の学長は，P大学生の1日あたりの読書時間が30分以上であって欲しいと考えていたので，この調査結果に愕(がく)然とした。そこで今年度，P大学生から400人を標本として無作為抽出し，読書時間の実態を調査することにした。次の問いに答えよ。ただし，必要に応じて19ページの正規分布表を用いてもよい。

(1)　P大学生のうち全く読書をしない学生の母比率が，昨年度の全国調査の結果と同じ50％であると仮定する。

標本400人のうち全く読書をしない学生の人数の平均(期待値)は $\boxed{\text{アイウ}}$ 人である。

また，標本の大きさ400は十分に大きいので，標本のうち全く読書をしない学生の比率の分布は，平均(期待値)0. $\boxed{\text{エ}}$ ，標準偏差0. $\boxed{\text{オカキ}}$ の正規分布で近似できる。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(2) P大学生の読書時間は，母平均が昨年度の全国調査結果と同じ24分であると仮定し，母標準偏差をσ分とおく。

(i) 標本の大きさ400は十分に大きいので，読書時間の標本平均の分布は，平均(期待値) $\boxed{\text{クケ}}$ 分，標準偏差 $\dfrac{\sigma}{\boxed{\text{コサ}}}$ 分の正規分布で近似できる。

(ii) $\sigma = 40$ とする。読書時間の標本平均が30分以上となる確率は
0. $\boxed{\text{シスセソ}}$ である。
また，$\boxed{\text{タ}}$ となる確率は，およそ0.1587である。$\boxed{\text{タ}}$ に当てはまる最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

⓪ 大きさ400の標本とは別に無作為抽出する一人の学生の読書時間が26分以上

① 大きさ400の標本とは別に無作為抽出する一人の学生の読書時間が64分以下

② P大学の全学生の読書時間の平均が26分以上

③ P大学の全学生の読書時間の平均が64分以下

④ 標本400人の読書時間の平均が26分以上

⑤ 標本400人の読書時間の平均が64分以下

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

(3) P大学生の読書時間の母標準偏差を σ とし，標本平均を $\overline{X}$ とする。P大学生の読書時間の母平均 m に対する信頼度 95 % の信頼区間を $A \leqq m \leqq B$ とするとき，標本の大きさ 400 は十分に大きいので，A は $\overline{X}$ と σ を用いて $\boxed{\text{チ}}$ と表すことができる。

(i) $\boxed{\text{チ}}$ に当てはまる式を，次の⓪～⑦のうちから一つ選べ。

⓪ $\overline{X} - 0.95 \times \dfrac{\sigma}{20}$　　① $\overline{X} - 0.95 \times \dfrac{\sigma}{400}$

② $\overline{X} - 1.64 \times \dfrac{\sigma}{20}$　　③ $\overline{X} - 1.64 \times \dfrac{\sigma}{400}$

④ $\overline{X} - 1.96 \times \dfrac{\sigma}{20}$　　⑤ $\overline{X} - 1.96 \times \dfrac{\sigma}{400}$

⑥ $\overline{X} - 2.58 \times \dfrac{\sigma}{20}$　　⑦ $\overline{X} - 2.58 \times \dfrac{\sigma}{400}$

(ii) 母平均 m に対する信頼度 95 % の信頼区間 $A \leqq m \leqq B$ の意味として，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。$\boxed{\text{ツ}}$

⓪ 標本 400 人のうち約 95 % の学生は，読書時間が A 分以上 B 分以下である。

① P大学生全体のうち約 95 % の学生は，読書時間が A 分以上 B 分以下である。

② P大学生全体から 95 % 程度の学生を無作為抽出すれば，読書時間の標本平均は，A 分以上 B 分以下となる。

③ 大きさ 400 の標本を 100 回無作為抽出すれば，そのうち 95 回程度は標本平均が m となる。

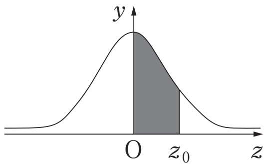
④ 大きさ 400 の標本を 100 回無作為抽出すれば，そのうち 95 回程度は信頼区間が m を含んでいる。

⑤ 大きさ 400 の標本を 100 回無作為抽出すれば，そのうち 95 回程度は信頼区間が $\overline{X}$ を含んでいる。

（数学Ⅱ・数学B第３問は次ページに続く。）

正　規　分　布　表

次の表は，標準正規分布の分布曲線における右図の灰色部分の面積の値をまとめたものである。



z_0	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

第4問　（選択問題）（配点　20）

太郎さんと花子さんは，数列の漸化式に関する**問題A**，**問題B**について話している。二人の会話を読んで，下の問いに答えよ。

(1)

問題A　次のように定められた数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 6,\ \ a_{n+1} = 3a_n - 8 \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

花子：これは前に授業で学習した漸化式の問題だね。まず，k を定数として，$a_{n+1} = 3a_n - 8$ を $a_{n+1} - k = 3(a_n - k)$ の形に変形するといいんだよね。

太郎：そうだね。そうすると公比が3の等比数列に結びつけられるね。

(i) k の値を求めよ。

$$k = \boxed{\text{ア}}$$

(ii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_n = \boxed{\text{イ}} \cdot \boxed{\text{ウ}}^{\,n-1} + \boxed{\text{エ}}$$

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(2)

問題B　次のように定められた数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_1 = 4,\ b_{n+1} = 3b_n - 8n + 6 \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

花子：求め方の方針が立たないよ。

太郎：そういうときは，$n = 1,\ 2,\ 3$ を代入して具体的な数列の様子をみてみよう。

花子：$b_2 = 10,\ b_3 = 20,\ b_4 = 42$ となったけど…。

太郎：階差数列を考えてみたらどうかな。

数列 $\{b_n\}$ の階差数列 $\{p_n\}$ を，$p_n = b_{n+1} - b_n (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ と定める。

(i) p_1 の値を求めよ。

$$p_1 = \boxed{\text{オ}}$$

(ii) p_{n+1} を p_n を用いて表せ。

$$p_{n+1} = \boxed{\text{カ}}\, p_n - \boxed{\text{キ}}$$

(iii) 数列 $\{p_n\}$ の一般項を求めよ。

$$p_n = \boxed{\text{ク}} \cdot \boxed{\text{ケ}}^{\,n-1} + \boxed{\text{コ}}$$

（数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。）

(3) 二人は**問題B**について引き続き会話をしている。

太郎：解ける道筋はついたけれど，漸化式で定められた数列の一般項の求め方は一通りではないと先生もおっしゃっていたし，他のやり方も考えてみようよ。

花子：でも，授業で学習した問題は，**問題A**のタイプだけだよ。

太郎：では，**問題A**の式変形の考え方を**問題B**に応用してみようよ。**問題B**の漸化式 $b_{n+1} = 3b_n - 8n + 6$ を，定数 s，t を用いて

$$\boxed{\text{サ}} = 3\left(\boxed{\text{シ}}\right)$$

の式に変形してはどうかな。

(i) $q_n = \boxed{\text{シ}}$ とおくと，太郎さんの変形により数列 $\{q_n\}$ が公比3の等比数列とわかる。このとき，$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ に当てはまる式を，次の⓪～③のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを選んでもよい。

⓪ $b_n + sn + t$

① $b_{n+1} + sn + t$

② $b_n + s(n+1) + t$

③ $b_{n+1} + s(n+1) + t$

(ii) s，t の値を求めよ。

$s = \boxed{\text{スセ}}$，$t = \boxed{\text{ソ}}$

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(4) **問題B**の数列は，(2)の方法でも(3)の方法でも一般項を求めることができる。数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$$b_n = \boxed{\text{タ}}^{\,n-1} + \boxed{\text{チ}}\,n - \boxed{\text{ツ}}$$

(5) 次のように定められた数列 $\{c_n\}$ がある。

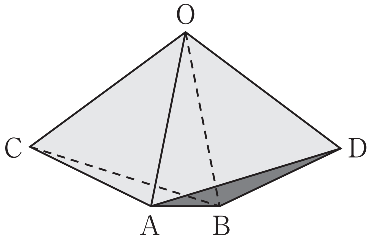
$$c_1 = 16,\quad c_{n+1} = 3c_n - 4n^2 - 4n - 10 \qquad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

$$c_n = \boxed{\text{テ}} \cdot \boxed{\text{ト}}^{\,n-1} + \boxed{\text{ナ}}\,n^2 + \boxed{\text{ニ}}\,n + \boxed{\text{ヌ}}$$

第５問 （選択問題）（配点　20）

(1)　右の図のような立体を考える。ただし，六つの面 OAC，OBC，OAD，OBD，ABC，ABD は１辺の長さが１の正三角形である。この立体の∠COD の大きさを調べたい。



線分 AB の中点を M，線分 CD の中点を N とおく。

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=\vec{d}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(i)　次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる数を求めよ。

$$\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}(\vec{a}+\vec{b}),\quad \overrightarrow{\mathrm{ON}}=\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}(\vec{c}+\vec{d})$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{d}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{d}=\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

(ii)　３点 O，N，M は同一直線上にある。内積 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CN}}$ の値を用いて，$\overrightarrow{\mathrm{ON}}=k\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ を満たす k の値を求めよ。

$$k=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

（数学Ⅱ・数学Ｂ第５問は次ページに続く。）

(iii) $\angle \mathrm{COD} = \theta$ とおき，$\cos\theta$ の値を求めたい。次の**方針 1** または**方針 2** について，$\boxed{\text{キ}}$ 〜 $\boxed{\text{シ}}$ に当てはまる数を求めよ。

方針 1

$\vec{d}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表すと，

$$\vec{d} = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\vec{a} + \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\vec{b} - \vec{c}$$

であり，$\vec{c} \cdot \vec{d} = \cos\theta$ から $\cos\theta$ が求められる。

方針 2

$\overrightarrow{\mathrm{OM}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{ON}}$のなす角を考えると，$\overrightarrow{\mathrm{OM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{ON}} = \left|\overrightarrow{\mathrm{OM}}\right|\left|\overrightarrow{\mathrm{ON}}\right|$ が成り立つ。

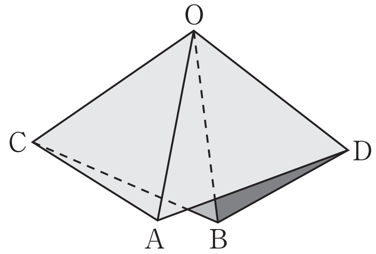
$\left|\overrightarrow{\mathrm{ON}}\right|^2 = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} + \dfrac{1}{2}\cos\theta$ であるから，$\overrightarrow{\mathrm{OM}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{ON}}$，$\left|\overrightarrow{\mathrm{OM}}\right|$ の値を用いると，$\cos\theta$ が求められる。

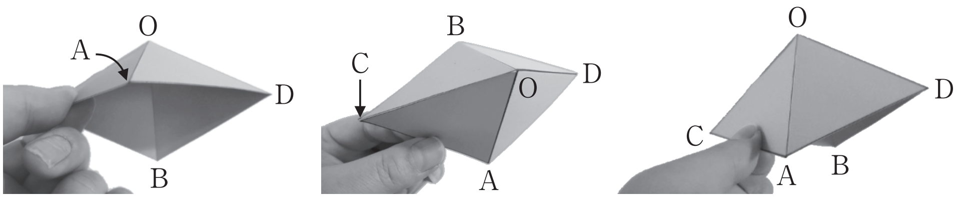
(iv) **方針 1** または**方針 2** を用いて $\cos\theta$ の値を求めよ。

$$\cos\theta = \frac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

（数学Ⅱ・数学B第 5 問は次ページに続く。）

(2) (1)の図形から，四つの面 OAC，OBC，OAD，OBD だけを使って，下のような図形を作成したところ，この図形は $\angle$AOB を変化させると，それにともなって $\angle$COD も変化することがわかった。





$\angle \mathrm{AOB} = \alpha$，$\angle \mathrm{COD} = \beta$ とおき，$\alpha > 0$，$\beta > 0$ とする。このときも，線分 AB の中点と線分 CD の中点および点 O は一直線上にある。

（数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。）

(i) α と β が満たす関係式は(1)の**方針 2** を用いると求めることができる。その関係式として正しいものを，次の⓪～④のうちから一つ選べ。 $\boxed{\text{タ}}$

⓪ $\cos\alpha + \cos\beta = 1$

① $(1 + \cos\alpha)(1 + \cos\beta) = 1$

② $(1 + \cos\alpha)(1 + \cos\beta) = -1$

③ $(1 + 2\cos\alpha)(1 + 2\cos\beta) = \dfrac{2}{3}$

④ $(1 - \cos\alpha)(1 - \cos\beta) = \dfrac{2}{3}$

(ii) $\alpha = \beta$ のとき，$\alpha = \boxed{\text{チツ}}^\circ$ であり，このとき，点 D は $\boxed{\text{テ}}$ にある。

$\boxed{\text{チツ}}$ に当てはまる数を求めよ。また，$\boxed{\text{テ}}$ に当てはまるものを，次の⓪～②のうちから一つ選べ。

⓪ 平面 ABC に関して O と同じ側

① 平面 ABC 上

② 平面 ABC に関して O と異なる側

また，「すべて選べ」と指示のある問いに対して，複数解答する場合は，同じ解答欄に符号，数字又は文字を**複数マーク**しなさい。例えば，$\boxed{\text{エ}}$ と表示のある問いに対して①，④と解答する場合は，次の（例２）のように**解答欄エ**の①，④に**それぞれマーク**しなさい。

（例２）

エ	⊖ ⓪ ● ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ

3　分数形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えなさい。

また，それ以上約分できない形で答えなさい。

例えば，$\dfrac{3}{4}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$ のように答えてはいけません。

4　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えなさい。また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしなさい。

例えば，$\boxed{\text{ク}}.\boxed{\text{ケコ}}$ に 2.5 と答えたいときには，2.50 として答えなさい。

5　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば，$\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ に $4\sqrt{2}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$ のように答えてはいけません。